

doi: 10.3969/j.issn.1673-3185.2013.01.015

网络出版地址: <http://www.cnki.net/kcms/detail/42.1755.TJ.20130116.1427.006.html>

用于舰艇效能评估的兰彻斯特方程改进研究

王 威, 闵绍荣, 谢红胜, 罗 威

中国舰船研究设计中心, 湖北 武汉 430064

摘 要: 作战效能是舰艇作战系统设计中需首要考虑的指标。兰彻斯特方程被广泛应用于陆/空战的作战效能评估, 但由于海战的特殊性, 其无法直接应用于舰艇作战系统作战效能的评估。为解决该不足, 通过改进多元兰彻斯特方程的作战推演模型和作战单元模型, 建立适于评估舰艇作战系统作战效能的改进型兰彻斯特方程。为了验证改进型兰彻斯特方程的有效性, 针对一组典型的作战系统配置方案, 分别采用多元兰彻斯特方程和改进型兰彻斯特方程进行计算。结果表明, 改进型兰彻斯特方程对海战过程的推演更接近于真实的海战交战过程, 可为基于作战效能的舰艇作战系统方案设计提供理论支持。

关键词: 兰彻斯特方程; 作战效能评估; 方案优选

中图分类号: U674.7*03.5

文献标志码: A

文章编号: 1673-3185(2013)01-98-04

Improved Lanchester Equations for the Ships' Operational Effectiveness Evaluation

WANG Wei, MIN Shaorong, XIE Hongsheng, LUO Wei

China Ship Development and Design Center, Wuhan 430064, China

Abstract: The operational effectiveness is a primary factor to be considered during the design process of shipboard combat systems. The Lanchester equations, which are widely used in evaluating the operational effectiveness of air-fights and land battles, can not be directly applied to naval battles. To address this issue, this paper modifies the combat simulation model and the combat unit model in Multi-Lanchester equations, and establishes a set of improved Lanchester equations, which can be employed to assess the operational effectiveness of shipboard combat systems. To validate the proposed method, a group of typical configuration schemes for shipboard combat systems are evaluated using both the Multi-Lanchester equations and the improved Lanchester equations. The experiment results reveal that the improved Lanchester equations, compared with the conventional ones, can provide more realistic gaming of the naval engagement process, which can be viewed as theoretical references when designing the operational effectiveness based shipboard combat system.

Key words: Lanchester equations; evaluation of operational effectiveness; scheme optimization

0 引 言

舰艇作战系统^[1]是一个多输入、多输出, 由多类传感器、指/火控、武器、辅助设备等通过网络有机集成, 完成舰艇攻/防任务的时敏复杂大系统, 它决定着舰艇的作战效能。在舰艇作战系统的立

项论证和方案设计中, 由于配置组成、配置数量和电子/武器性能的不同, 存在多种设计方案。如何依据作战效能^[2]优选设计方案来实现依据作战效能开展舰艇作战系统的方案设计是目前国内外研究的重点。

国内外已有许多专家学者对舰艇作战系统的

收稿日期: 2012-06-06

网络出版时间: 2013-01-16 14:27

基金项目: 国家部委基金资助项目

作者简介: 王 威(1986-), 男, 硕士研究生。

闵绍荣(1961-), 男, 研究员, 硕士生导师。

通信作者: 王 威。

作战效能评估进行过深入研究,并取得了一定的成效。目前,国内外采用的作战效能评估方法大致可以分为4大类,即解析法、统计法、仿真法^[3]和杜派指数法^[4]。其中,采用统计法评估舰艇的作战效能需要获得演习和实战数据,采用仿真法需要考虑很多细节和参数,杜派指数法则适于评估舰艇作战系统在理想状态下的静态作战效能。本文拟采用解析法中的兰彻斯特方程来评估舰艇作战系统的作战效能,为实现舰艇作战系统设计方案的优选提供理论支持。

1 改进多元兰彻斯特方程

1.1 改进原因分析

经典兰彻斯特方程^[5]由英国工程师兰彻斯特(Frederick William Lanchester)首先提出,之后,又有许多学者对该方程予以了发展和改进^[6]。改进模型中的多元兰彻斯特方程适于推演多类作战单元交战的过程,被广泛应用于陆/空战的作战效能评估。

多元兰彻斯特方程^[7]在经典兰彻斯特方程的基础上,假设红方具有 m 类作战单元(参与作战的武器系统或作战平台),蓝方具有 n 类战斗单元,其方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{Y}} = -(\mathbf{A} * \boldsymbol{\lambda}) \mathbf{X} \\ \dot{\mathbf{X}} = -(\mathbf{B} * \boldsymbol{\theta}) \mathbf{Y} \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\mathbf{X} = (x_1, \dots, x_m)^T$; $\mathbf{Y} = (y_1, \dots, y_n)^T$, 其中 x_i , y_j 分别表示红方第 i 类作战单元的数量和蓝方第 j 类作战单元的数量; \mathbf{A} , \mathbf{B} 为损耗系数^[8]矩阵, 其中 $\mathbf{A} = [a_{ij}]$, $\mathbf{B} = [b_{ji}]$; $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\theta}$ 为火力分配^[9]矩阵, 其中 $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_{ji}]$, 为 $n \times m$ 矩阵, $\boldsymbol{\theta} = [\theta_{ji}]$, 为 $m \times n$ 矩阵; “*”表示矩阵对应元素相乘。

由式(1)可知:

1) 多元兰彻斯特方程没有考虑作战单元的有效攻击距离和作战单元间距离(由武器射程和传感器探测距离共同决定)对作战结果的影响。由于海战平台上装载的武器有效攻击距离差别较大,受舰艇间距离的影响,存在着一方舰艇处于另一方舰艇的有效攻击距离之外的情况,而在这种情况下是无法给对方造成损伤的。

2) 多元兰彻斯特方程中影响红/蓝方作战效能的因素有3个:作战单元的数量矩阵 \mathbf{X} , \mathbf{Y} 、损耗系数矩阵 \mathbf{A} , \mathbf{B} 和火力分配矩阵 $\boldsymbol{\lambda}$, $\boldsymbol{\theta}$, 其中损耗系数矩阵的因子是一个固定的数值。舰艇上装载有多种武器,不同的武器其用途一般不同,例如,

舰对舰导弹攻击海上目标、舰空导弹攻击空中目标等。在攻击不同目标时,因使用的武器不同,损耗系数便也不同,无法用一个固定的数值来表示。

由于海战平台具有武器有效攻击距离差别大、装载武器种类多等特点,为了适应海战作战效能的评估,必须改进多元兰彻斯特方程。

1.2 改进作战推演模型

多元兰彻斯特方程忽略了作战单元的有效攻击距离和作战单元间距离对作战结果的影响,其推演结果只随作战时间改变,是一种时间作战推演模型。

真实海战是一种时空作战推演模型,其作战结果不仅与作战的持续时间有关,还与交战双方的战位有关。而多元兰彻斯特方程却忽略了空间关系对作战结果的影响,其在简化数学模型的同时也带来了海战交战过程的推演误差。为了修正由此引起的推演误差,就需要考虑作战单元的有效攻击距离和作战单元间距离对作战结果的影响。

作战单元的有效攻击距离由武器射程和探测距离共同决定^[10]。当两者相等时,作战单元的有效攻击距离等于武器射程(探测距离);当两者不等时,作战单元的有效攻击距离等于武器射程和探测距离中的最小值。给出的计算函数如下:

$$S(x) = \min(D_x(f), D_x(t)) \quad (2)$$

式中, $S(x)$ 代表作战单元 x 的有效攻击距离; $D_x(f)$ 表示作战单元 x 的武器射程; $D_x(t)$ 表示作战单元 x 的探测距离;函数 $\min(x, y)$ 等于 x, y 中的最小值。

已知有效攻击距离计算公式 $S(x)$,设红方作战单元 x 与蓝方作战单元 y 之间的距离为 $D(x, y)$,则当 $D(x, y) > S(x)$ 时,红方作战单元 x 无法打击蓝方作战单元 y 。同理,蓝方作战单元 y 也无法打击红方作战单元 x 。

为便于描述作战单元间距离和有效打击距离对交战结果的影响,引入了打击能力函数

$$C(x, y) = \begin{cases} 1, & x \geq y \\ 0, & x < y \end{cases} \quad (3)$$

在多元兰彻斯特方程的基础上,通过结合有效攻击距离计算函数 $S(x)$ 和打击能力函数 $C(x, y)$,为多元兰彻斯特方程又增加了一个打击能力矩阵,致使影响一方作战效能的因素由3个增加到4个,即作战单元的数量矩阵、损耗系数矩阵、火力分配矩阵和打击能力矩阵。改进作战推演模型之后的兰彻斯特方程为

$$\begin{cases} \dot{X} = -(A * \lambda * \phi) Y \\ \dot{Y} = -(B * \theta * \phi) X \\ \phi_{ij} = C(D(R_i, B_j), S(R_i)) \\ \phi_{ji} = C(D(B_j, R_i), S(B_j)) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\phi = [\phi_{ij}]$, 为 $n \times m$ 矩阵; ϕ_{ij} 表示红方第 i 类作战单元对蓝方第 j 类作战单元的打击能力, 当蓝方第 j 类作战单元在红方第 i 类作战单元的有效攻击距离之内时, $\phi_{ij} = 1$, 否则, $\phi_{ij} = 0$; $D(R_i, B_j)$ 表示红方第 i 类作战单元与蓝方第 j 类作战单元间的距离; $S(R_i)$ 表示红方第 i 类作战单元的有效攻击距离。 ϕ , ϕ_{ji} , $D(B_j, R_i)$, $S(B_j)$ 表示蓝方与红方对应的参数, 在此不再赘述。

1.3 改进作战单元模型

多元兰彻斯特方程中的作战单元模型是单一武器系统或装载单一武器系统的作战平台, 它没有考虑打击目标的互异性对损耗系数的影响^[11]。而舰艇则是一种可装载多种武器系统的作战平台, 所装载武器系统的类型决定了其能打击的目标以及对目标的损耗系数, 损耗系数受打击目标互异性的影响。

因此, 当作战单元模型为装载多种武器系统的舰艇时, 不能简单地将装载于平台上的所有武器系统的损耗系数相加, 而需考虑打击某目标所使用的武器(火力分配)以及该武器系统对目标的损耗系数, 同时, 还需考虑武器系统的有效攻击距离和平台间距离等因素的影响。例如, 某舰空弹对有效攻击范围内的空中目标的损耗系数为 0.13, 对有效攻击范围外的空中目标的损耗系数为 0, 对水下目标的损耗系数为 0。

为便于阐述舰艇损耗系数的计算方法, 设红方平台 R 上装载有 M 类武器, M 类武器的数量向量为 X , 其对蓝方平台 B 的损耗系数向量为 A , 火力分配向量为 λ , 打击能力向量为 γ 。

定义 1: 平台 R 的损耗系数为单位时间内, 装载于平台 R 上的所有武器系统损耗的平台 B 的数量。

根据兰彻斯特方程的基本思想, 结合定义 1 可知, 平台 R 对平台 B 的损耗取决于装载在平台 R 上的武器系统的种类、数量、损耗系数、火力分配和打击能力, 结合式(4), 给出损耗系数计算函数 $\psi(R, B)$ 为

$$\psi(R, B) = -(A * \lambda * \gamma) X \quad (5)$$

式中, $A = (a_1, a_2, \dots, a_M)$, a_i 代表一件第 i 类武器对目标的损耗系数; $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M)$, 当武器 i

分配打击蓝方平台 B 时, $\lambda_i = 1$, 否则, $\lambda_i = 0$; $\gamma = (\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_M)$, 当武器 i 的有效攻击距离覆盖蓝方平台 B 时, $\gamma_i = 1$, 否则, $\gamma_i = 0$; $X = (x_1, x_2, \dots, x_M)^T$ 。

1.4 改进型兰彻斯特方程

通过改进多元兰彻斯特方程的作战推演模型和作战单元模型, 即可得到适用于海战推演和舰艇作战系统作战效能评估的改进型兰彻斯特方程。

设红方有 M 类平台, 蓝方有 N 类平台, 红方第 i ($i = 1, 2, \dots, M$) 类平台上装载有 R_i 类武器, 蓝方第 j ($j = 1, 2, \dots, N$) 类平台上装载有 B_j 类武器。

参考式(1)和式(5), 可将只适用于推演时间作战的推演模型、作战单元模型为单武器系统或装载单武器系统的作战平台交战过程的多元兰彻斯特方程拓展为适用于推演海战平台交战的改进型兰彻斯特方程

$$\begin{cases} \dot{L} = -(P * W) \times H \\ \dot{H} = -(Q * E) \times L \end{cases} \quad (6)$$

式中, $H = (h_1, h_2, \dots, h_m)^T$, h_i 表示红方第 i 类平台的数量; $L = (l_1, l_2, \dots, l_n)^T$, l_j 表示蓝方第 j 类平台的数量; $P = [P_{ij}]_{n \times m} = \psi(i, j)$, 为平台 i 的损耗系数矩阵; $W = [W_{ij}]_{n \times m}$, 为平台 i 的火力分配矩阵, 当平台 i 打击平台 j 时, $W_{ij} = 1$, 否则 $W_{ij} = 0$; $Q = [q_{ji}]_{m \times n} = \psi(j, i)$, 为平台 j 的损耗系数矩阵; $E = [e_{ji}]_{m \times n}$, 为平台 j 的火力分配矩阵, 当平台 j 打击平台 i 时, $e_{ji} = 1$, 否则 $e_{ji} = 0$ 。

2 仿真实验

为了验证改进型兰彻斯特方程的有效性, 现给出一组典型的舰艇作战系统设计方案。

某型舰船的航速为 30 kn, 武器系统配置方案如下(舰炮的损耗系数为 0.001, 舰舰导弹的损耗系数为 0.003):

方案 1: 装载 2 座舰炮(打击距离和探测距离均为 50 n mile), 1 座舰对舰导弹(打击距离为 100 n mile, 探测距离为 80 n mile)。

方案 2: 装载 2 座舰炮(打击距离和探测距离均为 50 n mile), 1 座舰对舰导弹(打击距离和探测距离均为 100 n mile)。

依据配置方案 1 和方案 2, 分别虚拟出一艘蓝方舰船和一艘红方舰船。为简化计算过程, 设两艘舰船相向航行, 当目标处于己方武器系统的有效攻击范围时, 即对其进行攻击。分别运用多元

兰彻斯特方程和改进型兰彻斯特方程对交战过程进行动态推演。本文采用专业数值分析软件 Matlab R2010b 对推演过程中的数值进行计算。其中,多元兰彻斯特方程为常微分方程组,采用 $\text{dsolve}()$ 函数进行求解,改进型兰彻斯特方程为延迟微分方程组,采用 ODE45(龙格-库塔法的一个变种)求解^[12],计算结果如图 1 和图 2 所示。

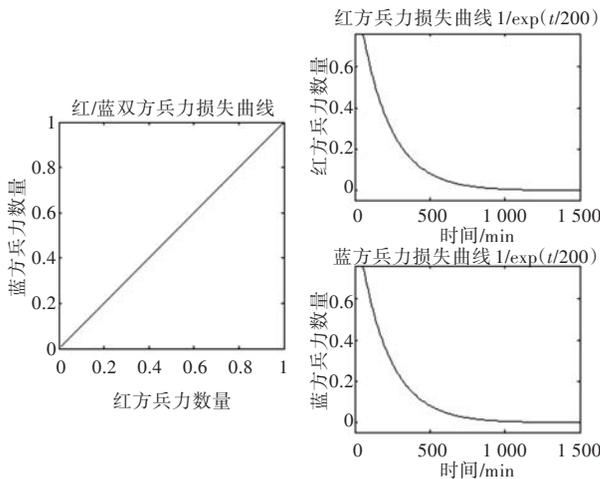


图1 多元兰彻斯特方程推演结果

Fig.1 Simulation results based on the Multi-Lanchester equations

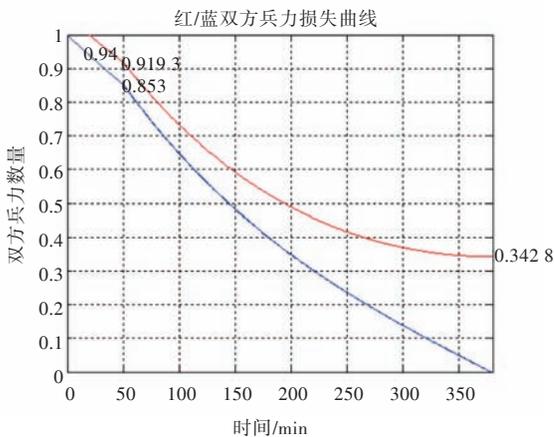


图2 改进型兰彻斯特方程推演结果

Fig.2 Simulation results based on the improved Lanchester equations

依据作战想定和两艘舰船的武器配置参数,推理出其真实的交战过程应分为以下3步:

1) 红方舰船利用舰对舰导弹攻击蓝方舰船。红方舰船的导弹有效攻击距离比蓝方舰船的长 20 n mile,两艘舰船的相对航速为 60 kn。经计算得出,在交战的前 20 min,红方舰船可以利用舰对舰导弹攻击蓝方舰船,且蓝方舰船无法还击。

2) 蓝方和红方舰船利用舰对舰导弹相互攻击。蓝方舰船的舰对舰导弹的有效攻击距离比舰炮的有效攻击距离长 40 n mile。经计算得出,在双方交战的 20~50 min 时间段内,蓝方舰船和红

方舰船只能利用舰对舰导弹相互攻击。

3) 蓝方和红方舰船利用舰舰导弹和舰炮相互攻击。双方交战 50 min 之后,红方舰船和蓝方舰船均进入到了对方舰炮武器的有效攻击范围之内,蓝方舰船和红方舰船可以利用舰舰导弹和舰炮相互攻击。

比较图 1 和图 2 可知,多元兰彻斯特方程因忽略了空间因素对作战结果的影响,致使红、蓝双方的损耗曲线形同,而改进型兰彻斯特方程则较真实地描述了红方舰船和蓝方舰船的交战过程。根据双方的兵力损失曲线可知,配置方案 2 的作战效能要高于配置方案 1 的,平台的交换率为 0.657 2:1,该结论符合经验判断。

3 结 语

作战效能是舰艇作战系统设计中需首要考虑的指标,依据作战效能开展舰艇作战系统方案设计是现阶段国内外研究的重点。改进型兰彻斯特方程改进了多元兰彻斯特方程的作战推演模型和作战单元模型,实现了海战平台交战过程的近似推演,能动态、直观地显示不同设计方案作战效能的差别。改进型兰彻斯特方程适于评估海战平台的作战效能,为依据作战效能开展舰艇作战系统方案设计提供了理论支持。

由于舰艇交战具有参战平台数量少、种类少及武器杀伤力大等特点,几枚导弹就可以结束战斗,其兵力衰减过程是离散的,因而采用微分方程组进行推演评估会产生误差。为减少评估误差,兰彻斯特方程的差分离散化将是下一步研究的重点。

参考文献:

- [1] 闵绍荣. 舰艇作战系统功能划分方法[J]. 中国舰船研究, 2007, 2(5): 24-29, 37.
MIN Shaorong. Function Division for Combat Systems of Naval Ship[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2007, 2(5): 24-29, 37.
- [2] DE WEERD-NEDERHOF P C, VISSCHER K, ALTENA J, et al. Operational effectiveness and strategic flexibility: scales for performance assessment of new product development systems[J]. International Journal of Technology Management, 2008, 44(3/4): 354-372.
- [3] HUANG Y Y. A methodology of simulation and evaluation on the operational effectiveness of weapon equipment [C]//CCDC' 09 Chinese Control and Decision Conference. Guilin, Chinese, 2009.

(下转第 122 页)

参考文献:

- [1] JOHNS T. Replacement of a large rotating motor generator with a static power converter[J]. British Maritime Technology, 1993, 105(2): 109-113.
- [2] SHIGENORI I, HIROFUMI A. A bi-directional DC/DC converter for an energy storage system [C]//Proceedings of the APEC. Anaheim, 2007.
- [3] JOHNS T. Replacement of a large rotating motor generator with a static power converter[J]. Institute of Marine Engineers Transaction, 1993, 105(2): 109-115.
- [4] WEBSTER D, YACAMINI R, MURPHY M, et al. A submarine static power converter: the test programme [J]. Institute of Marine Engineers Transaction, 1995, 107(2): 151-166.
- [5] RAJESH G, KIM S, HAHN J H, et al. Development of a low cost fuel cell inverter system with DSP control [J]. Power Electronics, 2004, 19(5): 1256-1262.
- [6] XU Haiping, LI Kong, WEN Xuhui. Fuel cell power system and high power DC-DC converter [J]. Power Electronics, 2004, 19(5): 1250-1255.
- [7] EFTICHION K, KOSTAS K, NICHOLAS C V. Development of a microcontroller-based photovoltaic maximum power point tracking control system [J]. Power Electronics, 2001, 16(1): 46-54.
- [8] WOYTE A, BELMANS R, NIJS J. Testing the island protection function of photovoltaic inverters [J]. IEEE Transaction on Energy Conversion, 2003, 18(1): 157-162.
- [9] NASER A R, JOHN E Q. Three phase voltage source UPS inverter with voltage-controlled current-regulated feedback control scheme [C]//Proceedings of IEEE Industrial Electronics Control and Instrumentation, 1994.
- [10] MATTEW S R, JAMES D P, RASHID M H. An overview of uninterruptible power supplies [C]//The Proceedings of the Thirty-Seventh Annual North American Power Symposium, 2005.

[责任编辑:张智鹏]



(上接第101页)

- [4] 阎文丽,郝佳新. 指数方法在武器装备体系效能评估中的应用[J]. 计算机仿真, 2010, 27(4): 8-10, 35.
YAN Wenli, HAO Jiixin. A research of exponential method on evaluation for sos of weapon equipment [J]. Computer Simulation, 2010, 27(4): 8-10, 35.
- [5] 李登峰,许腾等. 海军作战运筹分析及应用[M]. 北京:国防工业出版社, 2007: 66-78.
- [6] 周赤非. 新编军事运筹学[M]. 北京:军事科学出版社, 2010: 162-170.
- [7] 沙基昌. Lanchester方程与火力指数的内在联系[J]. 国防科技大学学报, 1990, 12(3): 8-14.
SHA Jichang. The inner relations between Lanchester equations and the fire index [J]. Journal of National University of Defense Technology, 1990, 12(3): 8-14.
- [8] ARMSTRONG M J. Effects of lethality in naval combat models [J]. Naval Research Logistics, 2004, 51(1): 28-43.
- [9] SHEEBA P S, GHOSE D. Optimal resource partitioning in a military conflict based on Lanchester attrition models [C]// Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference 2005. Seville, Spain, 2005.
- [10] 郭万海. 舰载雷达发现效能概率研究[D]. 大连:大连海事大学, 2009.
- [11] KAUP G T, KAUP D J, FINKELSTEIN N M. The Lanchester (n, 1) problem [J]. Journal of the Operational Research Society, 2005, 56(12): 1399-1407.
- [12] ABELMAN S, PATIDAR K C. Comparison of some recent numerical methods for initial-value problems for stiff ordinary differential equations [J]. Journal of Computers and Mathematics with Applications, 2008, 55(4): 733-744.

[责任编辑:卢圣芳]