

引用格式: 宫晓博, 刘宇鸿, 于昌利, 等. 不同泊松比蜂窝结构抗冲击性能数值分析[J]. 中国舰船研究, 2023, 18(2): 38–47.  
GONG X B, LIU Y H, YU C L, et al. Numerical analysis of impact resistance of honeycomb structures with different Poisson's ratios[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2023, 18(2): 38–47.

# 不同泊松比蜂窝结构抗冲击性能数值分析



扫码阅读全文

宫晓博, 刘宇鸿, 于昌利, 桂洪斌\*

哈尔滨工业大学(威海)海洋工程学院, 山东威海 264209

**摘要:** [目的] 对不同泊松比蜂窝结构的抗冲击性能进行分析。[方法] 基于显式动力有限元方法, 分析不同泊松比蜂窝结构在面内冲击载荷作用下的动态力学性能, 探究蜂窝结构泊松比对其抗冲击性能的影响规律。选取3类具有负/零/正泊松比的典型蜂窝拓扑结构(内凹六边形、六边形和半内凹六边形), 通过改变几何参数使其具有相同的相对密度和不同的泊松比(-2.76~3.63), 分析结构在低/中/高速动态位移载荷作用下的动态力学性能。[结果] 结果显示: 零泊松比半内凹六边形蜂窝在压缩变形时不产生横向变形, 具有最好的结构稳定性; 在不发生结构失稳的前提下, 平台应力与泊松比的关联不大; 致密应变会随泊松比绝对值的增大而增大; 单位体积能量吸收  $EA$  随泊松比绝对值的增大而增大。在进行蜂窝结构设计时, 如果需要平台应力较大(抵抗变形能力强)的结构, 可以选择壁厚/壁长( $t/l$ )较大、胞元倾斜角  $\theta$  较小的负泊松比内凹六边形蜂窝结构; 如果需要较强的  $EA$ , 可以选择  $t/l$  和  $\theta$  均较小的正泊松比六边形蜂窝结构; 如果需要结构有很好的稳定性, 可以采用零泊松比半内凹六边形蜂窝结构。[结论] 所做研究可为舷侧抗冲击蜂窝结构的选型和几何参数设计提供参考。

**关键词:** 蜂窝结构; 数值模拟; 能量吸收; 冲击载荷; 泊松比

中图分类号: U661.4; U668.5

文献标志码: A

DOI: 10.19693/j.issn.1673-3185.02744

## Numerical analysis of impact resistance of honeycomb structures with different Poisson's ratios

GONG Xiaobo, LIU Yuhong, YU Changli, GUI Hongbin\*

School of Ocean Engineering, Harbin Institute of Technology (Weihai), Weihai 264209, China

**Abstract:** [Objectives] This paper aims to analyze the impact resistance of honeycomb structure with different Poisson's ratio. [Methods] Based on the explicit dynamic finite element method, this paper analyzes the dynamic mechanical properties of honeycomb structures with different Poisson's ratios under in-plane impact load, and explores the influence laws of Poisson's ratios on their impact resistance. Three typical honeycomb structures with negative/zero/positive Poisson's ratios (reentrant hexagon, hexagon and semi-reentrant hexagon) are selected, their geometric parameters are changed to give them the same relative density and different Poisson's ratios (-2.76~+3.63), and their dynamic mechanical properties under low/medium/high-speed dynamic displacement loads are analyzed. [Results] The results show that the zero Poisson's ratio semi-reentrant honeycomb structure has the best structural stability without transverse deformation under compression deformation; without structural instability, the platform stress has little correlation with the Poisson's ratio; and the compact strain and total energy absorption increases with the absolute value of the Poisson's ratio. Negative Poisson's ratio honeycomb structures with large  $t/l$  and small  $\theta$  are suitable for applications with high platform stress (strong deformation resistance), and negative Poisson's ratio honeycomb structures with small  $t/l$  and small  $\theta$  are suitable for high total energy absorption applications, while zero Poisson's ratio semi-reentrant honeycomb structures are suitable for applications with high platform stress (strong deformation resistance). [Conclusions] This study can provide references for the type selection and geometric parameter design of side impact honeycomb structures.

**Key words:** honeycomb structure; numerical simulation; energy absorption; impact load; Poisson's ratio

收稿日期: 2021-12-31 修回日期: 2022-03-23 网络首发时间: 2022-09-07 15:10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11902100, 11902099); 山东省自然科学基金资助项目(ZR2019PA001); 山东省重点研发计划资助项目(2019GHZ011, 2021CXGC010702)

作者简介: 宫晓博, 男, 1989年生, 博士, 讲师。研究方向: 智能结构设计及其在船海方面的应用。E-mail: xiaobogong@hit.edu.cn

刘宇鸿, 男, 1997年生, 硕士生。研究方向: 蜂窝结构抗冲击性能研究

于昌利, 男, 1981年生, 博士, 副教授。研究方向: 水下智能装备。E-mail: yuchangli@hitwh.edu.cn

桂洪斌, 男, 1967年生, 博士, 教授。研究方向: 船舶结构力学。E-mail: guihongbin@sina.com

\*通信作者: 桂洪斌

## 0 引言

船舶在极地海域航行时难免会与浮冰发生碰撞,致使船体结构发生破坏,从而导致灾难性事故的发生,对生命和财产安全构成严重威胁,因而对船舶舷侧结构抗碰撞冲击性能提出了更高的要求。为了提高船舶舷侧结构的抗碰撞冲击能力,Nia等<sup>[1-4]</sup>开发了多种拥有高效抗冲击以及能量吸收特性的结构形式,其中,蜂窝结构因其轻质、高比刚度、高比强度和易加工等特性在众多吸能结构中脱颖而出。在受到碰撞冲击载荷作用时,蜂窝结构与传统结构相比具有更优良的变形吸能特性,能有效提高结构的抗碰撞冲击能力,在船舶舷侧结构中有着极为广泛的应用前景<sup>[5-7]</sup>。

蜂窝结构的力学特性受基材属性、结构拓扑形式及胞元排列方式的影响。由于蜂窝结构在面内方向受到载荷作用时除发生胞元壁屈曲外,还存在胞元节点塑性铰转动,故其结构拓扑形式将显著影响蜂窝结构的变形模式<sup>[8]</sup>。不同的结构拓扑形式使蜂窝结构具有不同的泊松比,包括正泊松比<sup>[9]</sup>、零泊松比<sup>[10]</sup>和负泊松比<sup>[11-12]</sup>三大类。传统的六边形蜂窝为典型的正泊松比蜂窝结构,常被用作高效抗冲击结构和吸能结构,其静/动态力学性能已得到广泛研究。在静态力学性能方面,Gibson等<sup>[9]</sup>最早对蜂窝在压缩载荷作用下的泊松比、弹性模量、剪切模量等力学性能参数的理论表达式进行了推导。在Gibson等<sup>[9]</sup>的基础上,许多学者又讨论了蜂窝胞元壁厚、边长和胞元倾斜角等几何参数对六边形蜂窝结构静态平台应力及能量吸收的影响<sup>[13-15]</sup>。在动态力学性能方面,Schultz等<sup>[12-16]</sup>研究了冲击速度和蜂窝几何参数对结构面内变形模式、平台应力及能量吸收等指标的影响规律,揭示了蜂窝结构的变形特性和能量吸收机理。内凹/半内凹六边形蜂窝分别作为负/零泊松比蜂窝的典型代表,有学者对其静/动态力学性能进行了研究。Hu等<sup>[17-20]</sup>采用理论分析、数值模拟和试验等方法,对蜂窝结构的等效弹性模量、压痕阻力与抗冲击性能展开研究,揭示了蜂窝结构的抗冲击性能受胞元形状、蜂窝胞元壁厚/臂长、泊松比等多种因素的共同影响<sup>[21-22]</sup>。

上述研究大多是针对单一的蜂窝结构进行的分析,而对正/负/零泊松比蜂窝结构力学性能的对比分析则较少。为了研究正/负/零这3类不同泊松比蜂窝结构的变形机制,Liu等<sup>[8]</sup>分析了蜂窝结构在不同泊松比(-3.3~3.3)时的抗冲击性能,研究发现在低速冲击时,结构能量吸收的差异主

要归因于由泊松比引起的拓扑多样性;而在高速冲击时,其差异则主要归因于由泊松比引起的横向应变和微惯性效应<sup>[23]</sup>。Luo等<sup>[24]</sup>对不同泊松比蜂窝结构层合板的局部抗冲击性能进行了研究,揭示了泊松比对层合板局部抗冲击性的影响机理。然而,上述分析在通过改变几何参数来获得不同泊松比蜂窝结构时,仅考虑了泊松比对蜂窝结构抗冲击性能的影响,而忽略了几何参数对相对密度的影响,故无法正确反映泊松比的影响。蜂窝结构的相对密度将直接影响其重量、弹性模量、压溃应力和压实应变等力学性能,与结构抗冲击性能密切相关,是蜂窝结构实现轻量化和优越抗冲击特性的关键参数<sup>[25]</sup>。

本文将选取3类具有正/负/零泊松比的典型蜂窝拓扑结构(六边形、内凹六边形和半内凹六边形)来探究泊松比对蜂窝结构抗冲击性能的影响规律。为排除相对密度的干扰,将通过改变几何参数来使蜂窝结构在具有不同泊松比(-2.76~3.63)的同时还具有相同的相对密度,然后利用显式动力有限元方法分析不同泊松比蜂窝结构在面内冲击载荷作用下的动态力学性能,对比分析结构在不同速度动态位移载荷作用下,蜂窝胞元壁厚/臂长 $t/l$ ,胞元倾斜角 $\theta$ 和泊松比 $\nu$ 对蜂窝结构变形模式、平台应力、能量吸收等动态力学性能的影响规律,为蜂窝结构的选型和几何参数的选取提供设计参考。

## 1 蜂窝结构计算模型

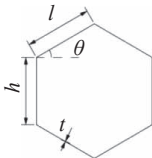
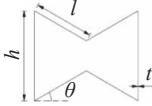
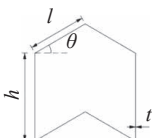
### 1.1 泊松比

本文将选取六边形、内凹六边形和半内凹六边形这3类分别具有正/负/零泊松比的蜂窝结构进行分析,泊松比的理论计算公式<sup>[8]</sup>如表1所示。表中, $h$ 和 $l$ 为蜂窝胞元的两壁长。

### 1.2 几何参数

为保证所研究的蜂窝结构具有相同的等效密度,探究了不同泊松比对蜂窝抗冲击性能的影响。通过改变 $h$ 、 $l$ 、 $\theta$ 和 $t$ 等几何参数,得到了具有近乎相同的相对密度(0.0613)和不同的泊松比(-2.76~3.63),蜂窝结构 $t/l$ 的取值范围为0.04~0.07,间隔0.01, $\theta$ 的取值范围为 $15^\circ\sim 30^\circ$ ,间隔为 $5^\circ$ 。利用表1中的泊松比理论计算公式,可以得到不同几何参数蜂窝结构的泊松比,如图1所示。从图中可以看出,泊松比的绝对值是随 $t/l$ 和 $\theta$ 的减小而增大的。

表 1 3类不同泊松比蜂窝结构的型式及相应的泊松比表达式  
Table 1 Three types of different Poisson's ratio honeycomb structure and corresponding Poisson's ratio expression

蜂窝类型	泊松比公式
六边形蜂窝 	$\nu = \frac{\cos^2 \theta}{(h/l + \sin \theta) \sin \theta}$
内凹六边形蜂窝 	$\nu = -\frac{\cos^2 \theta}{(h/l - \sin \theta) \sin \theta}$
半内凹六边形蜂窝 	$\nu = 0$

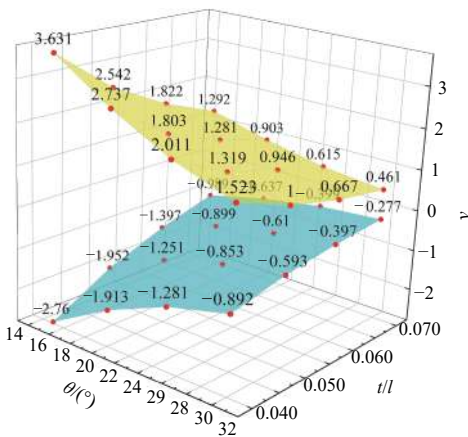


图 1 几何参数不同时的蜂窝结构泊松比

Fig. 1 Poisson's ratios of honeycomb structure with different geometric parameters

### 1.3 有限元模型

利用 Rhino 软件建立上述 3 类蜂窝结构几何

模型,如图 2 所示。模型由上、下刚性板及中间的蜂窝结构 3 个部分组成,整体尺寸均为 131 mm×160 mm×0.1 mm,上、下刚性板厚 1 mm。约束条件为:限制蜂窝 Y 方向的位移和 X,Z 方向的旋转,重点分析面内压缩特性。下刚性板固定,上刚性板以恒定的速度向下压缩,冲击速度分别为 V=10, 50 和 100 m/s。蜂窝与刚性板为自动面-面接触,摩擦系数为 0.2,各胞元之间的接触为自动单面接触,摩擦系数也为 0.2。材料使用 45 钢,其力学参数为:杨氏模量为 210 GPa,密度为 7.8×10<sup>3</sup> kg/m<sup>3</sup>,泊松比 ν=0.3,屈服强度为 355 MPa。在动力学计算软件 LS-DYNA 中,采用弹塑性本构模型 \*PIECEWISE\_LINEAR\_PLASTICITY 定义材料,该模型考虑了 45 钢的应变率效应,其应变率敏感系数 C=0.037<sup>[26]</sup>。模型均采用 4 节点 Shell 单元,网格尺寸为 0.5 mm。

## 2 蜂窝结构的动态压缩性能分析

### 2.1 有限元模型验证

为验证本文有限元模拟方法的准确性,选用与文献 [27] 相同的正六边形蜂窝模型进行验证,对比分析蜂窝结构在冲击速度 V=7.8 m/s 作用下的变形模式和应力-应变曲线。蜂窝结构动态的压缩变形模式如图 3 所示。由图可看出,数值模拟结果与实验结果吻合良好。压缩过程可以分为 6 个阶段,随着压缩量的增大,蜂窝壁在变形过程中会发生塑性坍塌,形成倾斜变形带,变形带的数量将随着压缩量的增加而增大;且蜂窝结构的塑性变形大都集中在蜂窝的中下部。图 4 所示为由数值模拟得到的蜂窝结构应力-应变曲线与实验结果的对比,从中可看出应力的大小和变化趋势与实验结果均吻合良好,很好地说明了该数值方法的准确性。

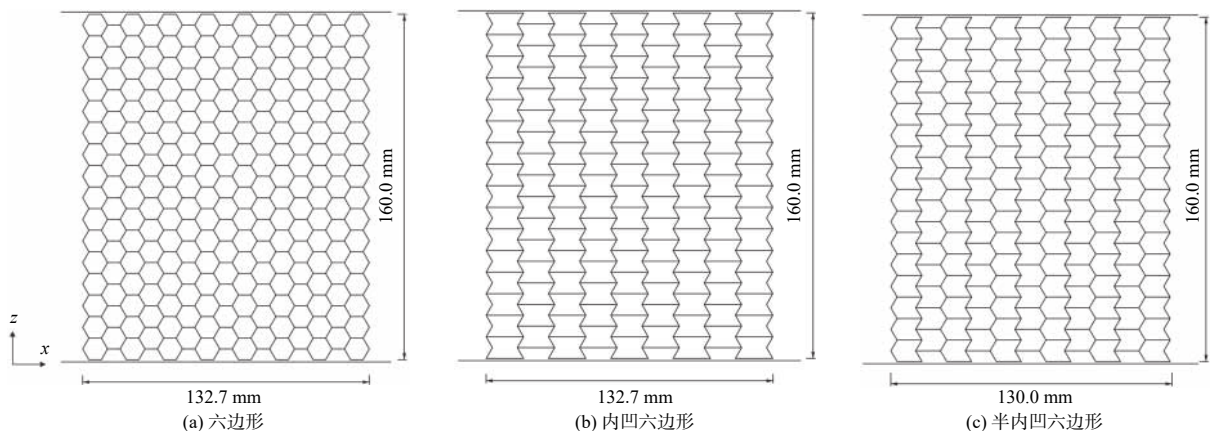


图 2 3类蜂窝结构有限元模型

Fig. 2 Finite element model of three types of honeycomb structure



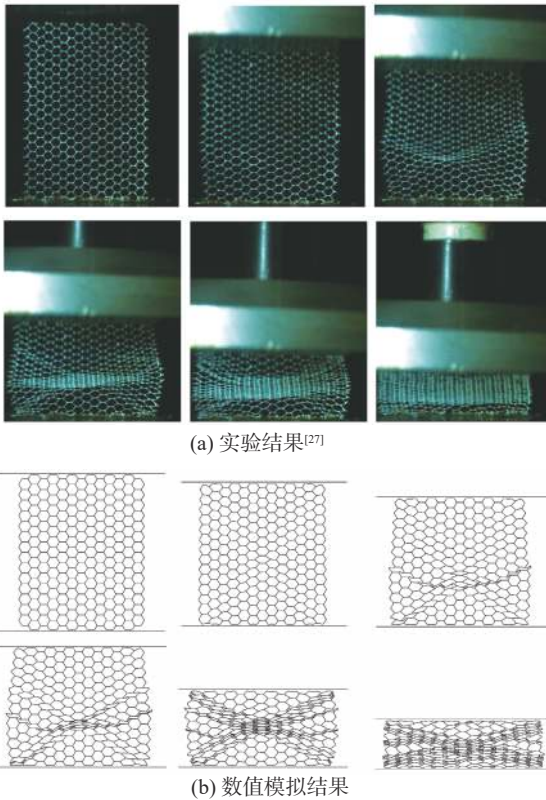


图 3 蜂窝结构压缩实验结果与数值模拟结果的对比  
 Fig. 3 Comparisons between compression experiment results and simulation results of honeycomb structure

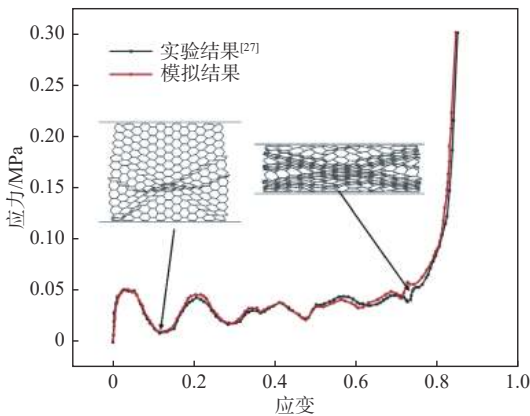


图 4 实验与模拟结果的应力-应变曲线对比  
 Fig. 4 Stress-strain curves comparison between experimental and simulation results

### 2.2 变形模式

蜂窝结构的几何构型不仅会影响其泊松比和弹性模量等静态力学性能,还会影响其动态力学性能,具体体现在压缩过程中变形模式的差异性方面。蜂窝结构可以分为 3 种变形模式<sup>[21-28]</sup>,如图 5 所示。变形模式转变的临界速度与蜂窝的相对密度密切相关,相对密度越高,微惯性越显著,临界速度也就越低<sup>[22]</sup>。为排除密度对蜂窝变形模式的影响,探究泊松比的影响规律,本文中蜂窝结构采用相同的相对密度。表 2 列出了不同蜂窝

在不同恒速冲击载荷下的变形模式,其中“X”表示蜂窝出现失稳的情况,不属于 3 种典型变形模式。

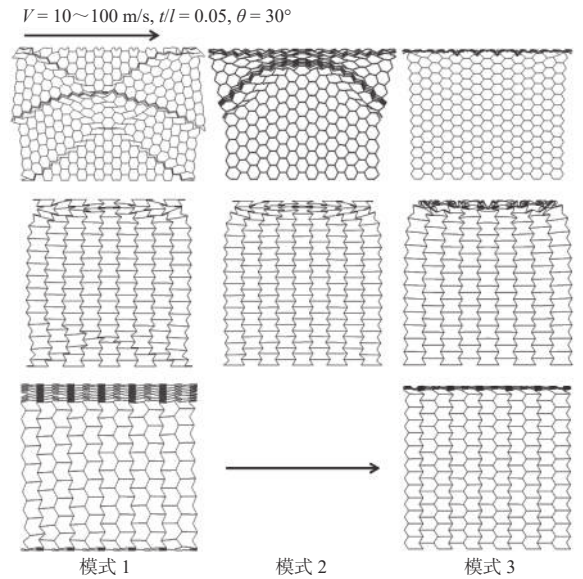


图 5 不同泊松比蜂窝结构的 3 种变形模式  
 Fig. 5 Three types of deformation modes of honeycomb structure with different Poisson's ratios

由表 2 中数据可知,蜂窝结构的泊松比与压缩变形模式有很强的相关性。排除失稳模式(模式 X)后,在 3 类蜂窝结构中,内凹六边形蜂窝结构最容易产生变形模式 1,六边形蜂窝结构次之,半内凹六边形蜂窝结构几乎不会产生变形模式 1。零泊松比半内凹六边形蜂窝结构的稳定性最好,正泊松比六边形蜂窝结构和负泊松比内凹六边形蜂窝结构的稳定性较差。其原因是零泊松比半内凹六边形蜂窝结构在纵向冲击载荷作用下不会引发横向变形,其变形是从冲击端一侧的第 1 层开始向下逐层压缩,直至整个蜂窝结构被压溃;而六边形蜂窝和内凹六边形蜂窝结构则因其拓扑构型的不同而分别呈现正泊松比和负泊松比的力学特征,结构在纵向冲击载荷的作用下会发生横向膨胀或是收缩,结构中的某些胞元会受到相邻胞元壁的挤压或是拉扯作用,致使该胞元发生倾斜变形,产生局部失稳,进而引发结构整体失稳,如图 6(a)所示。当冲击速度为  $V = 10 \text{ m/s}$  时,内凹六边形蜂窝容易发生结构失稳,这是因为在较低应变率作用下结构容易发生整体变形,胞元壁的不规则屈曲变形会使得结构进一步堆积并折叠,如图 6(b)所示。随着冲击载荷的增大,内凹六边形蜂窝结构失稳的情况明显减少,并且失稳形式从整体变形演化为局部变形,如图 6(c)所示。当冲击速度  $V = 100 \text{ m/s}$  时,泊松比绝对值越大,蜂窝结构越容易发生失稳,其原因是当  $t/l$  和  $\theta$  较小时,结构边缘的薄弱单元受到的约束也较小<sup>[29]</sup>,从

表 2 不同几何蜂窝结构在 3 种冲击载荷作用下的变形模式

Table 2 Deformation modes of different geometrical honeycomb structures under three impact loads

$t/l$	$\theta/(^\circ)$	六边形蜂窝			内凹六边形蜂窝			半内凹六边形蜂窝		
		$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$	$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$	$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$
0.04	15	1	2	3	X	X	X	1	3	3
	20	1	2	3	X	2	2	1	3	3
	25	1	2	3	X	2	3	3	3	3
	30	2	3	3	X	3	3	3	3	3
0.05	15	1	2	3	X	2	X	1	3	3
	20	1	2	3	1	2	3	3	3	3
	25	2	3	3	1	3	3	3	3	3
	30	2	3	3	2	3	3	3	3	3
0.06	15	1	2	3	X	X	2	1	3	3
	20	2	3	3	1	3	3	3	3	3
	25	2	3	3	2	3	3	3	3	3
	30	3	X	3	3	3	3	3	3	3
0.07	15	2	X	3	X	X	3	3	3	3
	20	2	3	3	1	3	3	3	3	3
	25	2	3	3	X	3	3	3	3	3
	30	3	3	3	3	3	3	3	3	3

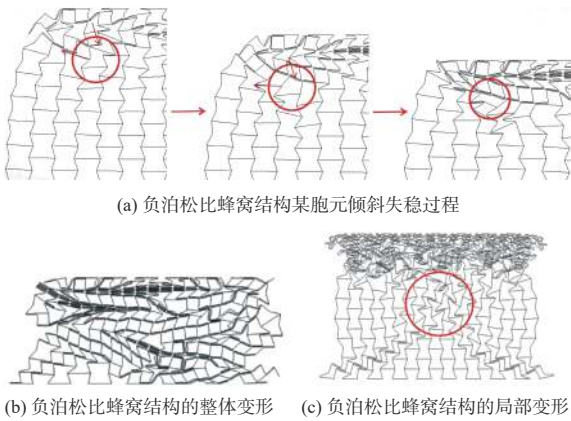


图 6 负泊松比蜂窝结构的失稳过程和 2 种失稳形式

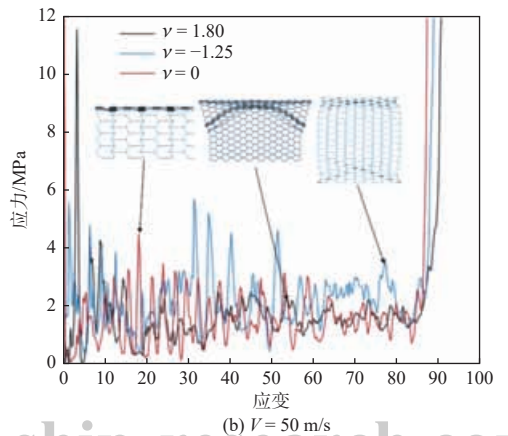
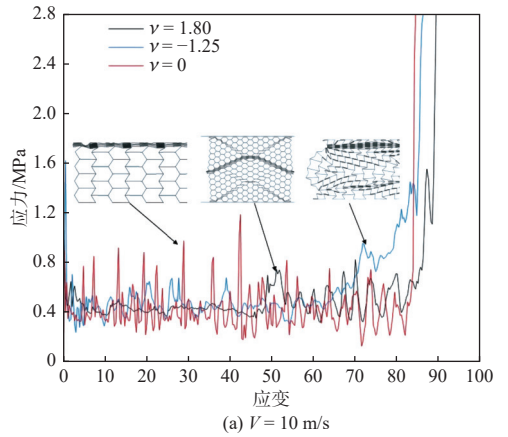
Fig. 6 Instability process and two instability modes of negative Poisson's ratio honeycomb structure

而降低了结构的稳定性。半内凹六边形蜂窝不发生失稳是因为零泊松比特性使其不产生横向变形,进而提高了结构的稳定性。

### 2.3 平台应力

平台应力定义为蜂窝结构应力-应变曲线中平台阶段的平均应力,其不仅反映结构的承载性能,还可体现结构的能量吸收特性。平台应力越大,结构的能量吸收能力越强<sup>[28]</sup>。由于结构的微惯性效应<sup>[30]</sup>,平台应力会随着冲击载荷的增加而增加,冲击载荷越高,应力-应变曲线波动越剧烈。图 7 展示了当  $\theta = 20^\circ, t/l = 0.05$  时 3 类蜂窝结构

( $\nu = 1.80, -1.25, 0$ ) 在不同冲击载荷下的应力-应变曲线。由图可知,平台应力大小与冲击载荷正相关,冲击载荷越大,平台应力越大。在压缩过



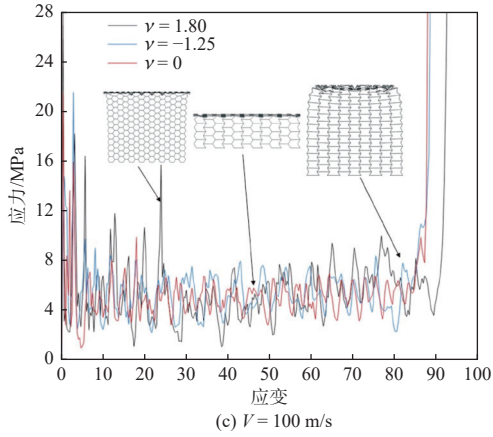


图 7 不同冲击载荷下 3 类蜂窝结构的应力-应变曲线

Fig. 7 Stress-strain curves of three types of honeycomb structure under different impact loads

程中, 蜂窝的逐层坍塌机理会使其应力曲线产生持续的波动。在冲击速度  $V = 10 \text{ m/s}$  时, 正/负泊松比蜂窝结构相比零泊松比蜂窝结构其应力波动较小, 此时, 正/负泊松比蜂窝结构的变形模式为 2, 表现为结构的整体坍塌, 故应力波动较小。随着冲击载荷的上升, 结构的变形模式越来越接近于模式 3, 蜂窝应力波动变大。

不同冲击载荷下蜂窝结构平台应力的具体数值如表 3 所示。从表中可以看出, 平台应力随冲击载荷的增大而增大; 当冲击载荷一定时, 平台应力随几何参数  $t/l$  的增大而增大, 随  $\theta$  的减小而增大。这是因为  $t/l$  增大和  $\theta$  减小都会引起蜂窝

结构等效弹性模量的增大, 进而增强蜂窝结构的抗变形能力, 提高平台应力。结合表 2 所列变形模式分析结果, 可以看出蜂窝结构发生失稳时平台应力较大, 此时, 胞元壁的不规则屈曲变形会使结构发生堆积和折叠, 致使其抵抗变形能力增强。图 8 给出了不同冲击载荷下蜂窝结构的平台应力随泊松比的变化规律。由图可知, 蜂窝结构的平台应力随泊松比的变化呈波动变化趋势, 这说明泊松比对平台应力的影响较小, 影响趋势不明显, 平台应力的大小主要由几何参数  $t/l$  和  $\theta$  决定。

### 2.4 致密应变

致密应变指应力-应变曲线上应力骤增时对应的应变值, 即平台段与压实段的分界点, 其与蜂窝结构的拓扑形状和密度相关。不同冲击载荷下蜂窝结构的致密应变如表 4 所示。由前文的结构参数和泊松比计算公式可知, 蜂窝结构泊松比绝对值越大, 致密应变越大, 3 类蜂窝结构的致密应变大小次序为: 六边形 > 内凹六边形 > 半内凹六边形。图 9 给出了不同冲击载荷下蜂窝结构的致密应变随泊松比的变化趋势。从图的整体上看, 冲击载荷越大, 结构的惯性效应越强, 蜂窝结构的致密应变越大; 蜂窝结构的致密应变是随泊松比绝对值的增大而增大的。需要说明的是, 当泊松比相差较小时, 蜂窝结构的致密应变随泊松比的变化曲线呈“锯齿状”的局部波动, 其原因是蜂窝

表 3 不同几何蜂窝结构在 3 种冲击载荷作用下的平台应力

Table 3 Plateau stress of different geometrical honeycomb structures under three impact loads

$t/l$	$\theta$ (°)	平台应力/MPa								
		六边形蜂窝			内凹六边形蜂窝			半内凹六边形蜂窝		
		$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$	$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$	$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$
0.04	15	1.60	4.62	6.12	1.63	4.49	5.99	1.47	4.49	5.99
	20	1.32	4.30	5.82	1.38	4.22	5.76	1.13	4.11	5.63
	25	1.24	4.25	5.68	1.24	4.17	5.62	1.10	4.06	5.49
	30	1.10	4.08	5.53	1.14	4.06	5.52	1.05	4.01	5.46
0.05	15	1.66	4.63	6.10	1.76	4.73	6.20	1.61	4.64	6.11
	20	1.45	4.41	5.95	1.53	4.38	5.89	1.35	4.31	5.85
	25	1.30	4.30	5.72	1.25	4.25	5.67	1.31	4.31	5.73
	30	1.13	4.12	5.61	1.15	4.11	5.64	1.11	4.02	5.53
0.06	15	1.78	4.78	6.30	1.81	4.71	6.22	1.67	4.58	6.14
	20	1.55	4.54	6.10	1.55	4.56	6.12	1.44	4.43	5.91
	25	1.33	4.33	5.81	1.28	4.28	5.77	1.32	4.26	5.76
	30	1.17	4.13	5.62	1.18	4.27	5.77	1.25	4.32	5.82
0.07	15	1.81	4.80	6.32	1.86	4.80	6.30	1.83	4.82	6.32
	20	1.56	4.56	6.06	1.58	4.57	6.07	1.60	4.78	6.26
	25	1.38	4.35	5.84	1.45	4.42	5.91	1.42	4.57	5.92
	30	1.22	4.22	5.65	1.26	4.33	5.67	1.39	4.46	5.85



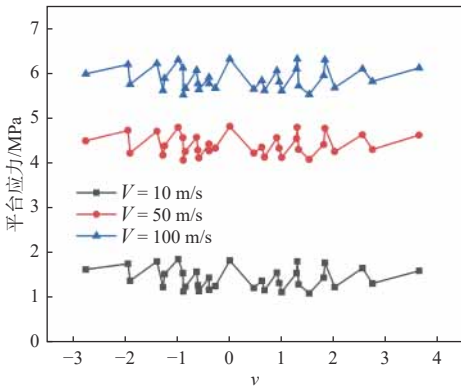


图8 不同泊松比蜂窝结构的平台应力曲线

Fig. 8 Plateau stress curves of honeycomb structure with different Poisson's ratios

胞元的壁厚  $t$  与致密应变密切相关<sup>[8]</sup> 而与泊松比无关。为了探究不同泊松比对蜂窝结构抗冲击性能的影响,通过改变  $h, l, \theta$  和  $t$  等几何参数,得到了具有相同相对密度和不同泊松比的蜂窝结构。在泊松比的线性变化过程中,为了保证相同的相对密度,需要对蜂窝胞元的壁厚  $t$  进行局部调整,使其存在局部波动现象,进而导致致密应变随泊松比的变化曲线呈现局部的“锯齿状”,这不会影响到对整体变化趋势的分析。内凹六边形蜂窝结构的致密应变在泊松比较小时出现了异常减小的情形,且发生异常减小情形时泊松比会随冲击载荷的增大而减小,该现象与结构失稳有关,泊松比和冲击载荷的减小均会导致结构产生失稳。

表4 不同几何蜂窝结构在3种冲击载荷作用下的致密应变

Table 4 Densified strain of different geometrical honeycomb structures under three impact loads

$t/l$	$\theta/(^\circ)$	致密应变/%								
		六边形蜂窝			内凹六边形蜂窝			半内凹六边形蜂窝		
		$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$	$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$	$V = 10 \text{ m/s}$	$V = 50 \text{ m/s}$	$V = 100 \text{ m/s}$
0.04	15	88.3	93.2	95.6	80.2	84.6	88.1	85.2	87.1	92.2
	20	86.2	92.1	95.3	79.8	89.8	94.1	83.4	85.7	90.9
	25	84.8	91.4	94.7	79.2	90.4	94.4	83.0	84.8	90.0
	30	84.2	90.3	93.4	78.9	86.0	90.0	80.3	82.5	87.5
0.05	15	86.6	92.5	95.6	79.5	90.1	88.5	84.3	86.3	91.3
	20	85.7	91.8	95.0	79.2	89.4	93.4	82.7	85.0	89.7
	25	85.1	90.5	93.1	86.7	88.7	92.8	82.4	84.4	89.4
	30	84.1	90.1	93.4	84.6	86.6	90.9	81.4	83.1	88.2
0.06	15	86.5	92.6	95.6	78.3	84.1	93.4	83.9	85.9	90.9
	20	86.4	92.7	95.0	86.2	88.2	92.2	82.1	84.0	89.1
	25	84.9	90.1	93.1	84.0	86.0	90.0	81.2	83.1	88.1
	30	81.0	87.2	93.4	81.2	83.2	87.8	80.5	82.5	87.5
0.07	15	85.3	88.3	95.0	78.0	80.5	92.5	82.4	84.5	89.4
	20	84.3	91.7	94.7	82.9	84.9	88.8	82.1	83.9	89.1
	25	83.1	91.2	93.1	77.6	83.7	87.8	79.9	81.6	86.9
	30	82.7	89.7	92.8	79.9	81.9	86.3	78.7	80.1	85.9

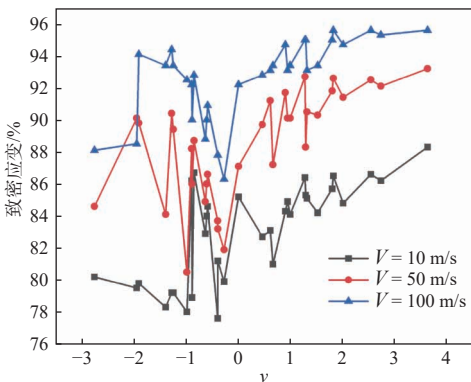


图9 不同泊松比蜂窝结构的致密应变曲线

Fig. 9 Densified strain curves of honeycomb structure with different Poisson's ratios

### 2.5 能量吸收

在压缩载荷作用下,蜂窝结构的单位体积能量吸收  $EA$  定义为应力-应变曲线下的封闭区域面积,表达式如式(1)所示,其中  $\sigma$  为压缩过程中的应力,  $\varepsilon$  为压缩过程中的结构应变。本文设计的蜂窝有相同的相对密度,旨在找出同等质量下吸能能力最佳的蜂窝结构。

$$EA = \int_0^\varepsilon \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \quad (1)$$

不同冲击载荷下蜂窝结构的  $EA$  随泊松比的变化规律如图10所示。由图可见,蜂窝结构的  $EA$  随泊松比的变化规律与结构致密应变的变化

规律类似,即冲击载荷越大,结构的惯性效应越强,EA 越大;蜂窝结构的 EA 随泊松比绝对值的增大而增大;当泊松比相差较小时,EA 呈现波动变化,在曲线上表现为局部波动。这是因为平台应力与致密应变是蜂窝结构 EA 的主要影响因素,平台应力与致密应变随泊松比呈波动变化决定了 EA 也呈波动变化。图 11~图 13 给出了  $V=10 \sim 100$  m/s 冲击速度下不同蜂窝结构的 EA,其中几何参数  $t/l$  和  $\theta$  是影响蜂窝结构 EA 的主要因素。从整体上看,蜂窝结构的 EA 是随  $t/l$  和  $\theta$  的减小而增加的。在相同的等效密度下, $t/l$  和  $\theta$  越小,主要用于能量吸收的倾斜蜂窝壁<sup>[31]</sup>数量就越多,在压缩时,将更有利于结构的能量吸收;另一方面, $t/l$  越小,就意味着蜂窝胞元的壁厚越小,结构的

致密应变也就越大,进而可提高 EA。结合蜂窝结构的变形模式进行分析,发现  $t/l$  和  $\theta$  越小,胞元

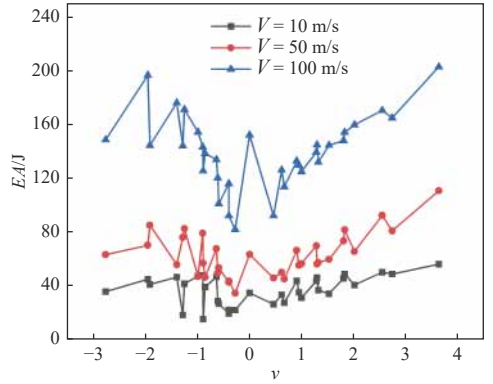


图 10 不同冲击载荷下蜂窝结构的 EA

Fig. 10 EA of honeycomb structure under different impact loads

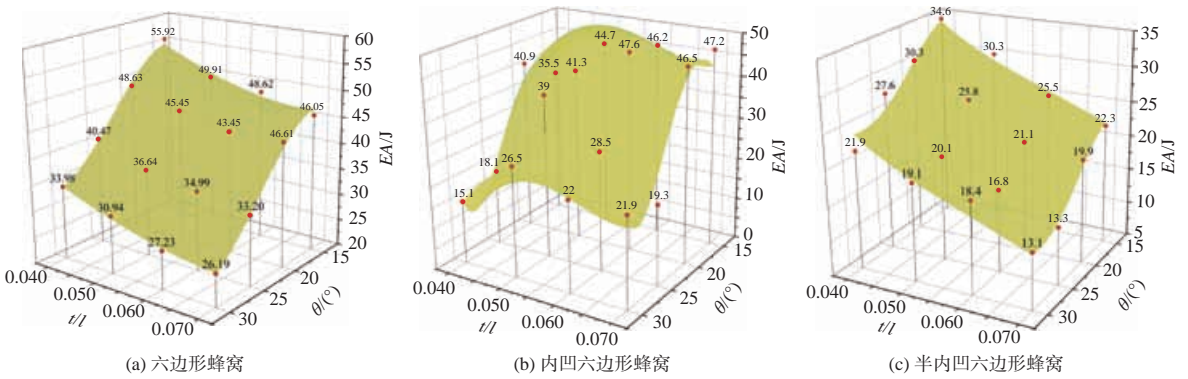


图 11 10 m/s 冲击速度下 3 类蜂窝结构的 EA

Fig. 11 EA of three types of honeycomb structure at 10 m/s of impact velocity

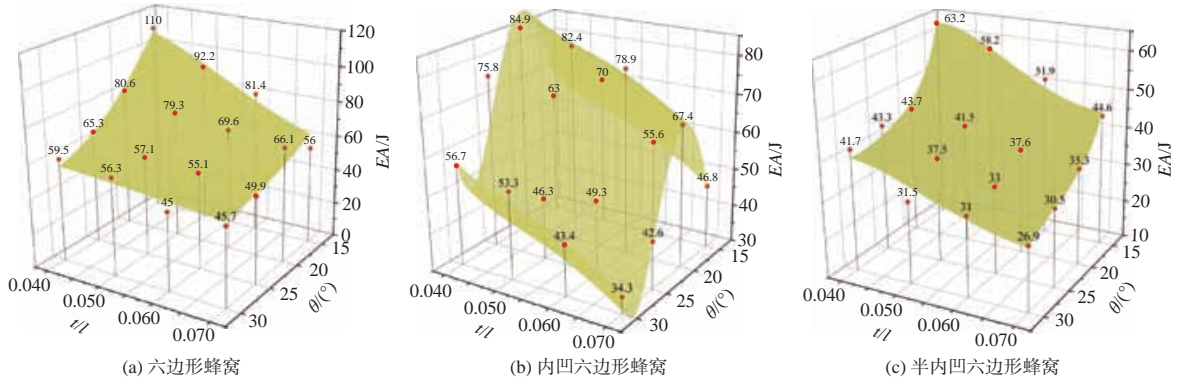


图 12 50 m/s 冲击速度下 3 类蜂窝结构的 EA

Fig. 12 EA of three types of honeycomb structure at 50 m/s of impact velocity

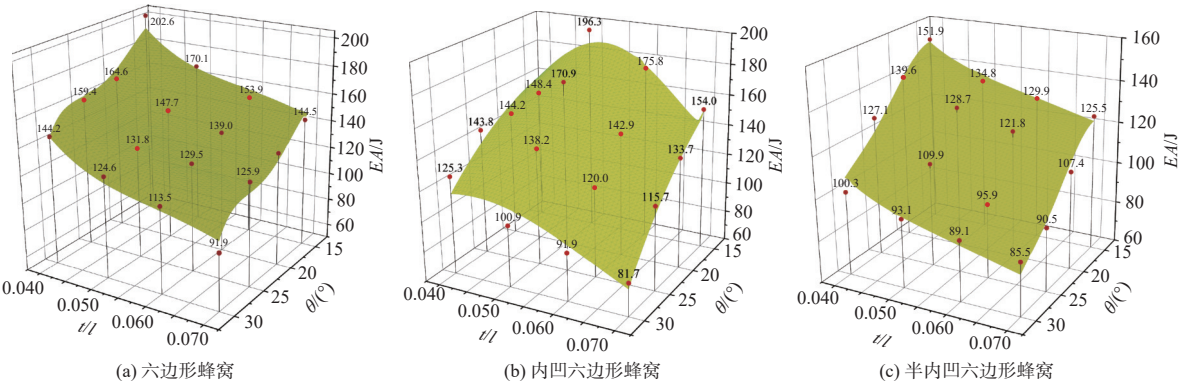


图 13 100 m/s 冲击速度下 3 类蜂窝结构的 EA

Fig. 13 EA of three types of honeycomb structure at 100 m/s of impact velocity



壁越容易发生变形,从而产生更为复杂的变形坍塌模式,将更有利于结构的能量吸收。通过对比3类不同泊松比蜂窝结构的 $EA$ ,可以看出在中、低速冲击载荷下,正泊松比六边形蜂窝结构的 $EA$ 最高,负泊松比内凹六边形蜂窝结构的 $EA$ 次之,零泊松比半内凹六边形蜂窝结构的 $EA$ 最差;在高速冲击载荷下,内凹六边形蜂窝结构的负泊松比会引发显著的压阻效应,导致其 $EA$ 略强于六边形蜂窝结构。

### 3 结 论

本文选取3类具有正/负/零泊松比的典型蜂窝拓扑结构(六边形、内凹六边形和半内凹六边形),通过改变其几何参数,得到了具有相同相对密度和不同泊松比的结构模型,随后,利用LS-DYNA软件模拟了结构在不同速度动态位移冲击载荷作用下的动态压缩过程,对比分析了3类不同泊松比蜂窝结构的变形模式、平台应力和 $EA$ 等抗冲击性能参数,主要得到以下结论:

1) 零泊松比半内凹六边形蜂窝结构在压缩变形时不产生横向变形,具有最好的结构稳定性,正泊松比六边形蜂窝结构次之,负泊松比内凹六边形蜂窝结构的稳定性最差。

2) 在不发生结构失稳的前提下,蜂窝结构的平台应力与泊松比关联不大,主要由几何参数决定,其随 $t/l$ 的增大而增大,随 $\theta$ 的增大而减小。

3) 蜂窝结构的致密应变随泊松比绝对值的增大而增大,3类蜂窝结构的致密应变大小次序为:六边形>内凹六边形>半内凹六边形。

4) 蜂窝结构的 $EA$ 随冲击载荷的增大而增大,随泊松比绝对值的增大而增大。在进行蜂窝结构设计时,如果需要平台应力较大(抵抗变形能力强)的结构,可以选择 $t/l$ 较大、 $\theta$ 较小的负泊松比内凹六边形蜂窝结构;如果需要较强的 $EA$ ,可以选择 $t/l$ 和 $\theta$ 均较小的正泊松比六边形蜂窝结构;如果需要结构有很好的稳定性,可以采用零泊松比半内凹六边形蜂窝结构。

#### 参考文献:

- [1] NIA A A, MOKARI S, ZAKIZADEH M, et al. Experimental and numerical investigations of the effect of cellular wired core on the ballistic resistance of sandwich structures[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2017, 70: 445–452.
- [2] ZHOU J, LIU J, ZHANG X, et al. Experimental and numerical investigation of high velocity soft impact loading on aircraft materials[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2019, 90: 44–58.
- [3] WANG Z G. Recent advances in novel metallic honeycomb structure[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2019, 166: 731–741.
- [4] WANG Z G, LI Z D, SHI C, et al. Theoretical and numerical analysis of the folding mechanism of vertex-based hierarchical honeycomb structure[J]. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2020, 27(10): 789–799.
- [5] 张相闻. 船舶宏观负泊松比效应蜂窝减振及防护结构设计方法研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2017.  
ZHANG X W. Research on design methods of auxetic cellular structures for vibration reduction and defensive structures of ships[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2017 (in Chinese).
- [6] 陈杨科, 何书韬, 刘均, 等. 金属夹层结构的舰船应用研究综述[J]. *中国舰船研究*, 2013, 8(6): 6–13.  
CHEN Y K, HE S T, LIU J, et al. Application and prospect of steel sandwich panels in warships[J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2013, 8(6): 6–13 (in Chinese).
- [7] 赵著杰, 侯海量, 李典. 填充多胞元抗冲击防护结构动力学特性及防护性能研究进展[J]. *中国舰船研究*, 2021, 16(3): 96–111.  
ZHAO Z J, HOU H L, LI D. Research progress on dynamic characteristics and protective performance of multicellular filled impact resistant protective structure[J]. *Chinese Journal of Ship Research*, 2021, 16(3): 96–111 (in Chinese).
- [8] LIU J F, CHEN W S, HAO H, et al. In-plane crushing behaviors of hexagonal honeycombs with different Poisson's ratio induced by topological diversity[J]. *Thin-Walled Structures*, 2021, 159: 107223.
- [9] GIBSON L J, ASHBY M F. Cellular solids: structure and properties[M]. Oxford: Pergamon Press, 1988.
- [10] HUANG J, GONG X B, ZHANG Q H, et al. In-plane mechanics of a novel zero Poisson's ratio honeycomb core[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2016, 89: 67–76.
- [11] SCARPA F, TOMLIN P J. On the transverse shear modulus of negative Poisson's ratio honeycomb structures[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2000, 23(8): 717–720.
- [12] SCHULTZ J, GRIESE D, JU J, et al. Design of honeycomb mesostructures for crushing energy absorption[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2012, 134(7): 071004.
- [13] ZHU F, ZHAO L M, LU G X, et al. Deformation and failure of blast-loaded metallic sandwich panels-experimental investigations[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, 35(8): 937–951.
- [14] HABIB F N, IOVENITTI P, MASOOD S H, et al. In-plane energy absorption evaluation of 3D printed polymeric honeycombs[J]. *Virtual and Physical Prototyping*, 2017, 12(2): 117–131.
- [15] FOO C C, CHAI G B, SEAH L K. Quasi-static and low-velocity impact failure of aluminium honeycomb sandwich panels[J]. *Proceedings of the Institution of*

- Mechanical Engineers, Part L: Journal of Materials: Design and Applications, 2006, 220(2): 53–66.
- [16] RUAN D, LU G, WANG B, et al. In-plane dynamic crushing of honeycombs—a finite element study[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2003, 28(2): 161–182.
- [17] HU L L, ZHOU M Z, DENG H. Dynamic indentation of auxetic and non-auxetic honeycombs under large deformation[J]. *Composite Structures*, 2019, 207: 323–330.
- [18] 张新春, 刘颖, 李娜. 具有负泊松比效应蜂窝材料的面内冲击动力学性能[J]. *爆炸与冲击*, 2012, 32(5): 475–482.  
ZHANG X C, LIU Y, LI N. In-plane dynamic crushing of honeycombs with negative Poisson's ratio effects[J]. *Explosion and Shock Waves*, 2012, 32(5): 475–482 (in Chinese).
- [19] GRIMA J N, OLIVERI L, ATTARD D, et al. Hexagonal honeycombs with zero poisson's ratios and enhanced stiffness[J]. *Advanced Engineering Materials*, 2010, 12(9): 855–862.
- [20] 陈鹏, 侯秀慧, 张凯. 面内冲击荷载下半凹角蜂窝的抗冲击特性[J]. *高压物理学报*, 2019, 33(6): 064104.  
CHEN P, HOU X H, ZHANG K. Impact resistance of semi re-entrant honeycombs under in-plane dynamic crushing[J]. *Chinese Journal of High Pressure Physics*, 2019, 33(6): 064104 (in Chinese).
- [21] RAHMAN O, KOOHBOR B. Optimization of energy absorption performance of polymer honeycombs by density gradation[J]. *Composites Part C: Open Access*, 2020, 3: 100052.
- [22] ZHANG X C, AN L Q, DING H M, et al. The influence of cell micro-structure on the in-plane dynamic crushing of honeycombs with negative Poisson's ratio[J]. *Journal of Sandwich Structures & Materials*, 2015, 17(1): 26–55.
- [23] HÖNIG A, STRONGE W J. In-plane dynamic crushing of honeycomb. part I: crush band initiation and wave trapping[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2002, 44(8): 1665–1696.
- [24] LUO Y, YUAN K, SHEN L M, et al. Sandwich panel with in-plane honeycombs in different Poisson's ratio under low to medium impact loads[J]. *Reviews on Advanced Materials Science*, 2021, 60(1): 145–157.
- [25] 丁圆圆, 郑志军, 王士龙, 等. 多孔材料吸能行为对相对密度和冲击速度的依赖性[J]. *固体力学学报*, 2018, 39(6): 578–586.  
DING Y Y, ZHENG Z J, WANG S L, et al. The dependence of energy absorption behavior of cellular materials on relative density and impact velocity[J]. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, 2018, 39(6): 578–586 (in Chinese).
- [26] 魏刚, 张伟, 邓云飞. 基于 J-C 模型的 45 钢本构参数识别及验证[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(5): 173–178.  
WEI G, ZHANG W, DENG Y F. Identification and validation of constitutive parameters of 45 Steel based on J-C model[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(5): 173–178 (in Chinese).
- [27] HU L L, YOU F F, YU T X. Effect of cell-wall angle on the in-plane crushing behaviour of hexagonal honeycombs[J]. *Materials & Design*, 2013, 46: 511–523.
- [28] WANG Z G, LI Z D, ZHOU W, et al. On the influence of structural defects for honeycomb structure[J]. *Composites Part B: Engineering*, 2018, 142: 183–192.
- [29] JIN T, ZHOU Z W, WANG Z H, et al. Experimental study on the effects of specimen in-plane size on the mechanical behavior of aluminum hexagonal honeycombs[J]. *Materials Science and Engineering: A*, 2015, 635: 23–35.
- [30] 胡玲玲, 余同希. 惯性效应对蜂窝能量吸收性能的影响[J]. *兵工学报*, 2009, 38(增刊 2): 24–27.  
HU L L, YU T X. Influence of inertia effect on the energy absorption of hexagonal honeycombs[J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 38(Supp 2): 24–27 (in Chinese).
- [31] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [32] HU L L, YU T X. Influence of inertia effect on the energy absorption of hexagonal honeycombs[J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 38(Supp 2): 24–27 (in Chinese).
- [33] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [34] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [35] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [36] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [37] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [38] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [39] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [40] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [41] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [42] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [43] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [44] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [45] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [46] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [47] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [48] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [49] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [50] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [51] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [52] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [53] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [54] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [55] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [56] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [57] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [58] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [59] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [60] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [61] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [62] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [63] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [64] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [65] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [66] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [67] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [68] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [69] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [70] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [71] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [72] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [73] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [74] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [75] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [76] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [77] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [78] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [79] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [80] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [81] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [82] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [83] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [84] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [85] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [86] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [87] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [88] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [89] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [90] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [91] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [92] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [93] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [94] HU L L, YU T X. Dynamic crushing strength of hexagonal honeycombs[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2010, 37(5): 467–474.
- [95] 胡昊灏, 沈琪, 胡东森. 声学黑洞对结构水下声辐射影响分析[C]//中国声学学会 2017 年全国声学学术会议论文集. 哈尔滨: 中国声学学会, 2017: 95–96.  
HU H H, SHEN Q, HU D S. Analysis of the effect of acoustic black holes on structural underwater acoustic radiation[C]//Proceedings of the 2017 National Acoustics Conference of the Acoustical Society of China. Harbin: Chinese Society of Acoustics, 2017: 95–96 (in Chinese).
- [96] 梅军, 杨旻, 杨志宇, 等. 薄膜型负质量密度声学超常介质[J]. *物理*, 2010, 39(4): 243–247.  
MEI J, YANG M, YANG Z Y, et al. Membrane-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass[J]. *Physics*, 2010, 39(4): 243–247 (in Chinese).
- [97] FANG N, XI D J, XU J Y, et al. Ultrasonic metamaterials with negative modulus[J]. *Nature Materials*, 2006, 5(6): 452–456.
- [98] MA G C, YANG M, YANG Z Y, et al. Acoustic double negativity with coupled-membrane metamaterial [J]. *Proceedings of Meetings on Acoustics*, 2013, 19(1): 065039.
- [99] 高东宝. 基于声学超材料的新型隔声技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2013.  
GAO D B. New acoustical technology of sound insulation based on acoustic metamaterials[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2013 (in Chinese).