网络首发地址:http://kns.cnki.net/kcms/detail/42.1755.TJ.20190930.0959.001.html

期刊网址: www.ship-research.com

引用格式:张琳, 李华峰, 陈勇, 等. 基于动柔度方法的管路动力吸振器设计研究[J]. 中国舰船研究, 2019, 14(5): 138-144. Zhang L, Li H F, Chen Y, et al. Design and study on dynamic vibration absorber of fluid-conveying pipes based on the receptance method[J]. Chinese Journal of Ship Research, 2019, 14(5): 138-144.

基于动柔度方法的管路动力吸振器 设计研究



张琳¹,李华峰²,陈勇²,张涛^{*1},丁杨建¹
1华中科技大学船舶与海洋工程学院,湖北武汉 430074
2 武汉第二船舶设计研究所,湖北武汉 430205

Design and study on dynamic vibration absorber of fluid–conveying pipes based on the receptance method

Zhang Lin¹, Li Huafeng², Chen Yong², Zhang Tao^{*1}, Ding Yangjian¹ 1 School of Naval Architecture and Ocean Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

2 Wuhan Second Ship Design and Research Institute, Wuhan 430205, China

Abstract: **[Objectives**] The fluid-conveying pipes may vibrate under external excitation. In order to reduce the vibration of the fluid-conveying pipes and study the vibration-reduction characteristics of the Dynamic Vibration Absorber(DVA), **[Methods**] the receptance matrix of the multi-degree-of-freedom (DOF) system of the additional spring-mass system was derived based on the passive modification method in the receptance method, and the zero assignment of the target DOF in the multi-DOF system was designed and applied to the fluid-conveying pipes for experiments to verify its vibration-reduction effect. **[Results]** The results show that the designed DVA can well absorb the vibration at the target frequency, and the vibration reduction is better for a larger tuned mass when the target frequency is the same. **[Conclusions]** Such DVA is convenient to install and has a wide application range, which can provide a certain reference for pipe vibration reduction research.

Key words: pipe vibration; fluid-conveying pipes; vibration reduction; Dynamic Vibration Absorber (DVA); zero assignment; receptance method

收稿日期: 2018-08-31 网络首发时间: 2019-9-30 16:09

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10702022)

作者简介:张琳,男,1993年生,博士生。研究方向:载流管路减振。E-mail:zhanglin120121@163.com

张涛,男,1976年生,博士,副教授。研究方向:结构流固耦合。E-mail: zhangt7666@hust.edu.cn *通信作者:张涛

0 引 言

目前,载流管路作为输送流体的重要载体已 被广泛应用于船舶、汽车等相关领域。而载流管 路在泵或者其他设备的激励作用下会产生振动, 影响管路上的精密仪器稳定工作,对管路安全构 成威胁,所以针对载流管路的减振研究成为了学 术和工程界的重要课题^[1]。

动柔度矩阵(Receptance matrix)用于表示结 构某节点各个自由度在单位力激励作用下的运动 量的大小,其中运动量包括位移、速度和加速度。 动柔度方法(Receptance Method)是一种利用结构 的频响函数对系统进行减振分析的方法。该方法 以系统结构的动柔度矩阵为基础,通过被动修改 或者主动控制修改结构的质量、刚度或阻尼矩阵, 从而达到控制振动的目的。运用该方法时,若结 构简单,可根据模态理论建立结构的数学模型,得 到结构的动柔度矩阵;若结构复杂不易建模,则可 通过试验测量关注点在一定激励作用下的响应函 数,得到该点的动柔度矩阵。因此,动柔度方法在 分析大型复杂结构振动时具有明显的优点。运用 该方法,在分析过程中无需针对复杂的结构进行 精确的有限元建模,也无需分析确定振动的激励 源,故可满足实际工程中的经济性、快捷性需求。 运用动柔度方法对结构进行振动控制主要有被动 修改和主动控制2种方法,其中应用最广泛的是 被动修改法。

在结构被动修改方面,早在1968年,Weissenburger^[2]在其研究工作中就使用了秩为1的动柔度 矩阵来修改结构的模态参数,配置结构的固有频 率。Pomazal和Synder^[3]将文献[2]所述方法扩展 到弹簧阻尼系统,计算得到了该系统的固有频率 和振型。1972年,英国在直升机设计制造中运用 动柔度方法进行了结构零点配置。Vincent^[4]研究 发现,当某个受固定频率的外载荷激励的系统被 修改时,系统其他频率点的响应将随着修改参数 的变化在复平面上呈现出一个圆,由此将系统在 物理上的减振问题简化为了在复平面圆上寻找离 原点最近频率点的数学问题。Berman和Nagy^[5]进 一步研究了 Vincent 的复平面圆理论,提出了由弹 簧质量系统组成的吸振器。Tehrani等^[6]将 Vincent 的复平面圆理论扩展到了对典型的弹簧阻尼系统 的不同位置进行修改,从而达到抑制所关注频率 点的振动的目的。然而,该理论仍有一定的缺陷, 即在结构被动修改后会导致原始结构中未参与修 改的其他固有频率发生变化,这种改变可能导致

其他位置的振动变大等其他不良后果。鉴于此, Belotti等^[7]提出了一种特殊的质量弹簧系统,利用 该系统对结构的部分固有频率进行配置时,几乎 不影响结构的其他频率。

Frahm[®]于1909年提出的动力吸振器(Dynamic Vibration Absorber, DVA)是一种典型的结构被动 修改形式,其可用来吸收主系统在某个频率点的 振动能量,从而达到结构减振的目的。动力吸振 器由质量块、弹簧和阻尼器组成。该吸振器可被 视为一个附加在需要减振的主结构上的单自由度 系统,当主体结构受到激励产生振动,且激励频率 接近于吸振器的调谐频率时,吸振器将被动地在 主体结构上施加一个反作用力,以抵消外部激励 力。吸振器在工作状态下,外界激励的能量会被 传递到吸振器上,从而避免了主体结构因振动而 受到破坏。针对动力吸振器的减振效果,任意^[9] 在分析多种调谐质量阻尼器的基础上,发现采用 多个调谐方式的减振效果最好,并通过试验对管路 上应用调谐质量阻尼器的减振效果进行了验证。

综上所述,动力吸振器具有结构简单、安装方 便、无需求解数学模型的优点,在管路减振研究中 具有很好的应用前景。因此,本文将基于动柔度 法中的被动修改理论,推导得出利用弹簧质量系 统对多自由度系统进行被动修改后的动柔度矩 阵,并利用弹簧质量系统增加的自由度,对原多自 由度系统中的目标自由度进行零点(反向共振点) 配置,使该自由度下的振动得到相应的抑制。在 此基础上,设计一种应用于载流管路上的动力吸 振器,并通过试验验证理论的有效性,研究其减振 效果。

1 结构修改的弹簧质量系统

由上文可知,动力吸振器本质上是一种附加 在主结构上的弹簧质量系统。假设主结构为一个 多自由度系统,且吸振器附加在该多自由度系统 的第r自由度(节点)上,如图1所示。图中,*m*,为 吸振器质量,*k*,为吸振器弹簧刚度。动力吸振器 工作时会产生竖向运动,从而增加了整个系统的 自由度。因此,若原结构的自由度为*n*,附加了吸



图 1 利用弹簧质量系统修改主结构第 r 自由度示意图 Fig.1 Schematic diagram of the *r*-DOF main structure modification using a spring mass system

振器后的结构的自由度则为n+1。

由模态理论可知,受迫振动的多自由度系统 的运动微分方程为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{x}}(t) + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{x}}t) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t) = f(t) \tag{1}$$

式中: *M* 为系统的质量矩阵; *C* 为系统的阻尼矩 阵; *K* 为系统的刚度矩阵; *x* 为结构的位移; *f*(*t*) 为施加到第*q*自由度上的载荷,*t* 为运动时间。

对式(1)进行拉氏变换,可得

$$s^2 \boldsymbol{M} + s \boldsymbol{C} + \boldsymbol{K} = f(s) \tag{2}$$

式中, *f*(*s*) 为系统受到的外界激励,其中 *s* 为结构的复频率。

将系统的动刚度矩阵 Z(s) 定义为

$$\mathbf{Z}(s) = (s^2 M + s \mathbf{C} + \mathbf{K}) \tag{3}$$

式(2)可表示为

$$\boldsymbol{Z}(s)\boldsymbol{x}(s) = \boldsymbol{f}(s) \tag{4}$$

式中, x(s) 为系统受到激励后的运动量(位移、速度、加速度)。

将式(4)写成如下矩阵形式:

$$\begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$$
(5)

式中: *z_{ij}* 为多自由度系统在第*i*自由度上产生的 单位运动量需要在第*j*自由度上施加的激励; *x_i* 为第*i*自由度的运动量; *f_i* 为外界在第*i*自由度上 施加的激励。

假设多自由度系统的自由度为*n*,则在系统的第*r*自由度上附加弹簧质量系统后,式(5)可表示为



式中:等号左侧为多自由度系统在增加弹簧质量 系统后动刚度矩阵与各自由度上的运动量的积, 其中系统的新动刚度矩阵为原动刚度矩阵增加了 一行及一列0元素;等号右侧为弹簧质量系统对 结构的修改与外力向量之和;dx为系统附加的弹 簧质量系统在外界激励作用下的运动量;ω为多 自由度系统第r自由度的固有圆频率。

为了消去附加弹簧质量系统后多自由度系统 额外增加的自由度,提取式(6)最后一行:

$$k_r x_r + (\omega^2 m_r - k_r) \mathrm{d}x = 0 \tag{7}$$

则dx可表示为

$$dx = \left(\frac{k_r}{-\omega^2 m_r + k_r}\right) x_r \tag{8}$$

式中, x, 为系统在第r自由度结构的位移量。

将式(8)代入式(6)中,则式(6)等号右侧可写为



提取式(9)中第r行,可得

$$-k_{r}x_{r} + (\frac{k_{r}^{2}}{-\omega^{2}m_{r} + k_{r}})x_{r} + f_{r} = (\frac{\omega^{2}m_{r}k_{r}}{-\omega^{2}m_{r} + k_{r}})x_{r} + f_{r}$$
(10)

式中, f, 为外界在第r自由度施加的激励。

将式(10)再代入式(6),并消去式(6)的第*n*+1 行及*n*+1列,可得



式(11)中的动刚度矩阵与结构修改前的动刚 度矩阵具有相同的维度。这里,定义式(11)中等 号两侧同时左乘原系统的动刚度矩阵的逆 Z(s)⁻¹ 为动柔度矩阵 H(s),来表示单位作用力下运动量 的大小,其表达式为

$$H(s) = 1/Z(s) = x(s)/f(s)$$
 (12)

因此,将式(11)中的等号两侧左乘动柔度矩 **H**(s)并移项,可得

$$\begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & h_{rr} & \vdots \\ & & \ddots & & \\ \vdots & \vdots & h_{rr} & & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \cdots & h_{nn} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \frac{\omega^2 m_r k_r}{-\omega^2 m_r + k_r} & & \vdots \\ & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_r \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & h_{rr} & & \vdots \\ & & \ddots & & \\ \vdots & \vdots & h_{rr} & & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \cdots & h_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_r \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}$$
(13)

简化式(13),可得

$$\begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} & \cdots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \cdots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & h_{rr} & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \cdots & h_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_r \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_r \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} h_{1r} \\ h_{2r} \\ \vdots \\ h_{rr} \\ \vdots \\ h_{rr} \\ \vdots \\ h_{nr} \end{pmatrix} \frac{\omega^2 m_r k_r}{-\omega^2 m_r + k_r} x_r$$
(14)

$$\begin{pmatrix} h_{r1} & h_{r1} & \cdots & h_{rr} & \cdots & h_{rn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_r \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix} = (1 - \frac{h_{rr}\omega^2 m_r k_r}{-\omega^2 m_r + k_r}) x_r$$

式(15)也可写为

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{h_{ri} f_{i}}{1 - \frac{h_{rr} \omega^{2} m_{r} k_{r}}{-\omega^{2} m_{r} + k_{r}}} = x_{r}$$
(16)

(15)

式中, h_{ri}为第r自由度施加单位激励下,在第i自

由度的位移; h_{rr} 为在第 r 自由度施加单位激励下 第 r 自由度的位移; f_i 为在第 r 自由度施加的外力。

由式(16),可得附加了弹簧质量系统后系统 的动柔度,即

$$\hat{h}_{ri} = \frac{h_{ri}(-\omega^2 m_r + k_r)}{-\omega^2 m_r + k_r - \omega^2 m_r k_r h_{rr}}$$
(17)

式中: *ĥ_{ri}* 为附加了弹簧质量系统后的多自由度系统在第*i*自由度上施加单位谐振力引起的第*r*自由度上的响应。

令式(17)右侧分子 $h_{ri}(-\omega^2 m_r + k_r) = 0$,可计算 出被动修改后系统新增加的一个零点,即反共振 点^[10]。新增加的零点 μ_r 的固有圆频率 ω_r 可表示 为 $\omega_r = \sqrt{k_r/m_r}$ 。

若考虑附加的吸振器中存在阻尼项 *c*_r,则按照以上推导,式(17)可写为

$$\hat{h}_{ri} = \frac{h_{ri}(s^2m_r + sc_r + k_r)}{s^2m_r + sc_r + k_r - s^2m_r(sc_r + k_r)h_{rr}} \quad (18)$$

令式(18)右侧分子 $h_{ri}(s^2m_r + sc_r + k_r) = 0, 则$ 由式(19)可确定系统增加的零点。

$$s^2 m_r + sc_r + k_r = 0 (19)$$

式(19)与计算单自由度阻尼系统振动频率的 特征方程相同,其解为

$$s_{1,2} = -\frac{c_r}{2m_r} \pm \sqrt{(\frac{c_r}{2m_r})^2 - \omega_r^2}$$
(20)

将阻尼比定义为
$$\xi = \frac{c_r}{2m_r\omega_r}$$
,将式(20)改写为
 $s_{1,2} = -\xi\omega_r \pm i\omega_D$ (21)

式中, $\omega_{\rm D} = \omega_r \sqrt{1 - \zeta^2}$,为该系统的阻尼频率。对 于低阻尼的弹簧质量系统, $\zeta < 20\%$, $\omega_{\rm D} \approx \omega_r$ 。

从上述推导过程可以看出,利用动力吸振器 对复杂结构进行修改时,会在修改自由度的动柔 度上增加一个零点,且不改变该自由度原有的零 点,增加的零点为吸振器的自振圆频率。若不计 及吸振器的阻尼项,增加的零点 μ_r 的固有圆频率 为 $\omega_r = \sqrt{k_r/m_r}$ 。若考虑吸振器的阻尼项,则增加 的零点 μ_r 的固有圆频率 $\omega_{\rm D} = \omega_r \sqrt{1-\xi^2}$ 。

2 管路动力吸振器设计

根据上节的结论,本文设计了一种用于载流 管路减振的动力吸振器。该吸振器将2组弹簧质 量系统安装在管路某节点的同一自由度上,以吸 收该节点上2个频段的外界激励能量。

2.1 动力吸振器的三维模型

由于载流管路的结构形状为圆柱形,本文将

动力吸振器的安装结构设计为环形,并将用于吸振的弹簧质量系统附加在柱形结构上,如图2所示。此吸振器具有安装拆卸方便及适用范围广的特点。



图 2 管路动力吸振器模型 Fig.2 Model of the dynamic vibration absorber for pipeline

图 2 中的环形安装结构为吸振器的安装结构 和弹簧质量系统的支撑结构。为了减少不用于振 动能量吸收的附加质量,环形安装结构采用密度 较小的塑料制造,而质量块则采用密度较大的钢 材制造。根据文献[11]的研究结论,质量块与主 结构的质量比越大,减振效果越好。但为了不大 幅度增加管路结构的负载,质量块的质量应为管 路两端的支撑内部结构(节点10到节点11的管 路段,参见图 5)质量的1/30~1/10^[12]。吸振器的 刚度由弹簧提供,其弹性系数可根据管路的目标 减振频率确定。

2.2 动力吸振器的安装

选取工业领域常用的典型复杂载流管路,并 通过载流管路的振动实验研究动力吸振器对典型 载流管路振动特性的影响。典型载流管路的实验 模型如图3所示,其各项物理参数见表1。

本文设计的动力吸振器安装结构采用 3D 打 印技术制造,如图 4 所示。根据管路尺寸,确定环 形安装结构的内径为 25 mm,厚度为 5 mm,而动 力吸振器的质量参数与弹簧弹性系数根据载流管



图 3 典型载流管路的实验模型 Fig.3 Experimental model of a typical fluid-conveying pipeline

	表1 载流管路物理参数			
Table 1	The physical parameters of fluid-convey			
	pipeline			

管路	杨氏模	泊松	管路密度	流体密度	管路外	管路内
材料	量/MPa	比	$/(kg {\boldsymbol{\cdot}} m^{\text{-}3})$	$/(kg \cdot m^{-3})$	径/ mm	径/ mm
聚丙烯	1 280	0.41	890	1 000	25.0	16.6

路的目标减振频率确定。实验中,将吸振器安装 在载流管路节点10与节点11之间的中间位置(定 义该位置为节点r),与节点11的间距为300 mm, 如图5所示。实验中,复杂载流管路中注满水,设 流体流速为0(静水),采用激光位移传感器测量 节点r处的位移。用力锤或者激振器激励节点11, 得到节点r处的动柔度曲线如图6~图8所示。



图 4 管路动力吸振器实物图 Fig.4 The physical photo of dynamic vibration absorber for pipeline



图 5 动力吸振器安装位置示意图

3 结果分析

3.1 动力吸振器的作用

实验中,测量得到载流管路在未安装动力吸振器时的动柔度曲线,如图6中的蓝色曲线所示。由图6可以看出,载流管路在8.85 Hz时的动柔度最大,而根据式(13)中动柔度的定义可知,动柔度越大,管路的振动越大,故为了减小管路

Fig.5 Diagram of installation position for the dynamic vibration absorber

8.85 Hz处的振动,取动力吸振器中质量块的质量 $m_{r1} = 0.1 \text{ kg}, 弹簧刚度 k_{r1} = (2\pi f_1)^2 m_{r1} = 394.78 \text{ N/m}$ (f_1 为弹簧质量系统的频率)。通过振动实验,测 量得到载流管路在安装动力吸振器后节点r处的 动柔度曲线,如图6中的红色曲线所示。



由图6可见,根据原结构动柔度曲线配置动 力吸振器的质量与刚度参数后,节点r处的动柔度 曲线在8.85 Hz处出现了一个零点,即反向共振 点。这说明吸振器较好地吸收了8.85 Hz附近频 带的振动能量,且在其他频率下未出现较大的尖 峰。这说明,本文设计的吸振器可有效抑制管路 在节点r处的振动。

3.2 附加两个弹簧质量系统的动力吸振器

实际工程中,由于管路系统结构复杂,实际管路节点上的振动能量会聚集在多个频率段内,故需要在管路上附加多个弹簧质量系统以吸收各频率的振动能量。根据第2节的公式推导可知,若在多自由度系统的第r个自由度处再附加一个弹簧质量系统(质量为 m_{r2} ,弹簧刚度为 k_{r2}),将第1次修改后的结构作为原结构,则第1次配置的零点 μ_{r1} 保持不变,新增加零点 μ_{r2} 的固有圆频率为 $\omega_r = \sqrt{k_{r2}/m_{r2}}$ 。

由图4可以看出,本节在3.1节的动力吸振器 中增加一个弹簧质量系统,使动力吸振器配置2 个弹簧质量系统,用以吸收管路节点处2个频带 的振动能量。为研究吸振器的吸振效果,设定管 路的目标减振频率为10和20Hz,配置吸振器上 2个弹簧质量系统的各项参数为: $m_{r1} = 0.1 \text{ kg},$ $k_{r1} = (2\pi f_1)^2 m_{r1} = 394.78 \text{ N/m}; m_{r2} = 0.1 \text{ kg}, k_{r2} = (2\pi f_2)^2 \cdot$ $m_{r2} = 1579.14 \text{ N/m}$ 。通过实验,测量得到附加新的 动力吸振器后节点r处的动柔度曲线如图7所示。

由图7可见,在节点r处安装附加2个弹簧质 量系统的动力吸振器后,节点r的动柔度曲线上



图 7 安装附加 2 个弹簧质量系统的吸振器后管路节点 r 处的 动柔度传递曲线

Fig.7 Receptance at the node *r* attached the vibration absorber with two spring mass systems

10和20Hz处分别出现了一个零点,这说明新安装的动力吸振器较好地抑制了节点r在10和20Hz附近的振动。

3.3 不同参数的吸振器的吸振效果对比

本文给出了3种不同参数(质量块质量 m_r 与 弹簧刚度 k_r)的动力吸振器,以探究吸振效果。 表2给出了3种吸振器的参数。

表 2 不同参数的吸振器 Table 2 Vibration absorber at various parameters

频率 - /Hz	参数组合1		参数组合2		参数组合3	
	<i>m</i> ,/kg	$k / (\mathbf{N} \boldsymbol{\cdot} \mathbf{m}^{-1})$	m,/kg h	$c_r/(\mathbf{N} \cdot \mathbf{m}^{-1})$	<i>m</i> ,/kg	$k_r/(\mathbf{N} \boldsymbol{\cdot} \mathbf{m}^{-1})$
10	0.028	110	0.050	197	0.100	395
20	0.014	220	0.050	789	0.100	1 579

图 8 所示为安装了不同参数的动力吸振器后 节点 r 处的动柔度曲线。由图 8 可见,对于相同的 目标减振频率,使用质量、刚度更大的弹簧质量系 统可以增加减振频带,但附加了弹簧质量系统的 自重会造成新的振动尖峰。因此,需要综合考虑 动力吸振器的设计参数。



图 8 安装不同参数的吸振器后管路节点 r处的动柔度传递 曲线

Fig.8 Receptance at the node *r* of the vibration absorber with various parameters

4 结 语

本文根据结构被动修改理论,设计了一种应 用于载流管路上的动力吸振器,推导得出了利用 弹簧质量系统对多自由度系统的动柔度矩阵进行 被动修改的理论过程,并通过零点配置实现了对 多自由度系统在某自由度下的振动抑制。在管路 振动实验中,通过配置动力吸振器的弹簧质量系 统的质量参数及刚度参数,使吸振器较好地抑制 了管路在目标减振频率下的振动。

通过对比3种不同参数动力吸振器的吸振效 果,发现其调谐质量越大,吸振频带越宽,减振效 果越好。

参考文献:

[1] 曹亮. 输流管道流固耦合振动特性分析[D]. 昆明: 昆明理工大学, 2004.

> Cao L, Characteristic analysis of fluid structure interaction in liquid-filled pipe [D]. Kunming: Kunming University of Science and Technology, 2004 (in Chinese).

- [2] Weissenburger J T. Effect of local modifications on the vibration characteristics of linear systems [J]. Journal of Applied Mathematics, 1968, 35(2): 327-332.
- [3] Pomazal R J, Snyder V W. Local modifications of damped linear systems [J]. AIAA Journal, 1971, 9 (11): 2216-2221.
- [4] Vincent A H. A note on the properties of the variation of structural response with respect to a single structural parameter when plotted in the complex plane: GEN/ DYN/RES/010R [R]. [S.1.]: Westland Helicopters Ltd., 1973.

- [5] Berman A, Nagy E J. Improvement of a large analytical model using test data [J]. AIAA journal, 1983, 21 (8): 1168-1173.
- [6] Tehrani M G, Wang W Z, Mares C, et al. The generalized Vincent circle in vibration suppression [J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 292 (3/4/5) : 661-675.
- [7] Belotti R, Ouyang H J, Richiedei D. A new method of passive modifications for partial frequency assignment of general structures [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2018, 99: 586-599.
- [8] Frahm H. Adevice for damping vibrations of bodies:U. S. Patent No. 989958[P]. 1911-04-18.
- [9] 任意.利用调谐质量阻尼器进行管路系统减振的研究[D].杭州:浙江大学,2011.
 Ren Y. Study of pipeline vibration control with tuned mass damper [D]. Hangzhou: Zhejian University, 2011 (in Chinese).
- [10] 丁杨建. 基于动柔度方法的载流管路减振研究
 [D]. 武汉:华中科技大学, 2018.
 Ding Y J. Research of vibration reduction of fluid-conveying pipes based on the receptance method
 [D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2018 (in Chinese).
- [11] 刘岳文.调谐质量阻尼器的减振研究[D].天津: 天津大学,2009.

Liu Y W. Research on vibration damping of tuned mass damper [D]. Tianjing: Tianjing University, 2009 (in Chinese).

 [12] 崔巍升. 化工厂管路振动分析及控制[D]. 杭州: 浙江大学, 2012.
 Cui W S. Analysis and control of pipeline vibration in

chemical plant [D]. Hangzhou: Zhejian University, 2012 (in Chinese).